Physik Methoden
Übungsaufgaben zu Kapitel 11 „Energie“

Christian Hettich, Bernd Jödicke, Jürgen Sum

11. April 2024

In diesem Dokument finden Sie Aufgaben zum Kapitel 11 „Energie“ aus unserem Buch Physik Methoden. Wenn Sie die PDF-Datei des Buchs ins gleiche Verzeichnis wie diese Datei hier legen und Sie die PDF-Datei des Buchs in „Physik-Methoden-2023.pdf“ umbenennen, können Sie mit den grünen Links in den meisten PDF-Programmen direkt an die passende Stelle im Buch springen.

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgaben

1.a Grundbegriffe

Aufgabe 1: Energiestromstärke Mensch

Welche mittlere Energiestromstärke fließt in einen Mensch aufgrund der Nahrungsaufnahme?

Zum Hinweis

Aufgabe 2: Energiestromstärke Tanken eines Autos

Berechnen Sie die Energiestromdichte beim Betanken eines Autos mit Benzin.

Zum Hinweis

Aufgabe 3: Energiestromstärke Sonne auf die Erde

Wie groß ist die Energiestromstärke der Sonne auf die Erde?

Zum Hinweis

Aufgabe 4: Energiestromdichte Tanken eines Autos

Berechnen Sie die Energiestromdichte beim Betanken eines Autos mit Benzin.

Zum Hinweis

Aufgabe 5: Energiestromdichte Laden eines E-Autos

Berechnen Sie die Energiestromdichte beim Aufladen eines E-Autos.

Zum Hinweis

Aufgabe 6: Energiestromdichte Wind

Berechnen Sie die Energiestromdichte im Wind bei einer Windgeschwindigkeit von $10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Zum Hinweis

1.b Energie Blockdiagramme

Aufgabe 7: Elektromotor

Sie sollen einen Elektromotor analysieren.

- Betrachten Sie den Motor als einen Block. Zeichnen und benennen Sie die Energie- und Trägerströme, inklusive der Potenziale in einem Blockdiagramm. Benennen Sie die Kästchen und Pfeile mit den richtigen technischen Begriffen in den entsprechenden Teilschritten.
- Berücksichtigen Sie bitte auch zusätzlich, dass kein Prozess perfekt ist, sondern immer auch Energie verloren geht.
- Die elektrischen Leitungen haben ein Potenzial von $+5$ V und -10 V. Die elektrische Stromstärke wird gemessen zu 5 A. An der Welle misst man ein Drehmoment von 0,5 Nm bei einer Drehzahl n von 20 Hz. Tragen Sie die Werte in Ihr Diagramm an den richtigen Stellen ein (Achten Sie dabei auf die Definition der Drehzahl).
- Berechnen Sie die Stärke des erzeugten Entropiestroms, wenn als Kühltemperatur die Raumtemperatur angenommen wird.

Zum Hinweis

Aufgabe 8: Waserkraftwerk zur Stütze des Stromnetzes

Ein Wasserkraftwerk wird zur Unterstützung des elektrischen 100 kV 50 Hz Netzes angefahren. Der Stausee liegt auf 1200 m ü. NN. Die Turbine und der Generator auf 900 m ü. NN. Die Welle läuft netzsynchron, also auch mit50 Hz. Benötigt wird eine Stützleistung von 50 MW. Zur Analyse sollen Sie die Anlage in zwei Komponenten zerlegen, die Turbine und den Generator. Beide Bauteile sind nicht perfekt. Die Turbine verliert 10 % den nutzbaren Energie als Wärme, der Generator 20 %.

a) Zeichnen und benennen Sie die Energie- und Trägerströme, inklusive der Potenziale in einem Blockdiagramm.

b) Berücksichtigen Sie, dass „zusätzlich Energie verloren geht“ (gesonderte Farbe).

c) Berechnen Sie elektrische Stromstärke.

d) Berechnen Sie das durch die Welle übertragene Moment.

e) Berechnen Sie die Stärke benötigten Massestroms.

f) Berechnen Sie den im Generator erzeugten Entropiestrom.

g) Überschlagen Sie, welche Menge Gas ein Gaskraftwerk pro Stunde verbrennen müsste, das die gleiche Aufgabe (Stützung des Netzes mit 50MW) übernehmen soll.

Teilaufgabe g) ist unabhängig lösbar, ggf. Annahme selbst treffen.

Zum Hinweis

Aufgabe 9: Spielzeug Dampfmaschine

Eine kleine Spielzeug-Dampfmaschine verbrennt Trockenspiritus zur Erzeugung des Dampfes. Die Temperatur des Dampfes im Ofen (Komponente 1) erreicht 150°C. Es wir angenommen, dass der Ofen perfekt sei; bei ihm gehe also keine Wärme verloren. An der Abtriebswelle des Dampfmotors (Komponente 2) wird ein Drehmoment von 0,2 Nm bei einer Drehzahl von 120 U/min gemessen, die Abgastemperatur sei 100°C. Der Motor ist nicht perfekt. Der im Motor zusätzlich erzeugte Wärmestrom ist genauso groß wie der abgegebene Energiestrom an der Welle. Zur Analyse sollen Sie die Maschine in diese zwei Komponenten zerlegen.

a) Zeichnen und benennen Sie die Energie- und Trägerströme, inklusive der Potentiale in einem Blockdiagramm, bestehend aus den zwei Komponenten Ofen und Motor.

b) Berücksichtigen Sie bitte, dass im Motor zusätzlich Energie verloren geht.

c) Berechnen Sie die Stärke des im Ofen erzeugten Entropiestroms.

d) Wie viel Masse Trockenspiritus müssen Sie nachlegen, wenn die Maschine eine Stunde läuft?

Zum Hinweis

Aufgabe 10: Wasser Kraftwerk ungewohnt

Die folgende Aufgabe ist so gestaltet, dass sie die Begriffe Nutzungsgrad und Wirkungsgrad hinterfragt. Dazu wird im Sinne von Unterkapitel 1.8 und Rezept 1.5.5 eine Maschine betrachtet, die man so nie bauen würde. Da bei dieser Maschine die Schwachstellen offensichtlich sind, kann man die Qualität der Begriffe daran messen. Es ist daher hier ausnahmsweise sinnvoll, mit einem Taschenrechner zu arbeiten.

Analysieren Sie eine kleine Wasserkraftanlage. Dazu wählen Sie einen ungewöhnlichen Aufbau. Zuerst nutzen Sie die Wasserenergie um ein Gas zu erhitzen. Das sei der Ofen. Das heiße Gase leiten Sie in eine Turbine. Deren Welle treibt einen Generator an. Zu den drei Komponenten erhalten Sie folgende Angaben:

- Wasser-Ofen:
  - Zugeführt werden 500 kg/s Wasserstrom.
  - Einströmhöhe liegt auf 500 m ü. NN.
  - Ausströmhöhe liegt auf 480 m ü. NN.
  - Die abgegebene Prozesstemperatur sei 330°C.
  - Durch unzureichende Dämmung gehen 3 kW an Leistung direkt an die Umwelt.
- Turbine:
  - Die Abgastemperatur nach der Turbine beträgt 80°C.
  - Dieses Abgas wird nicht weiter genutzt, sondern in die Umgebung entlassen.
  - Durch Reibung gehen 6 kW verloren.
- Generator:
  - Durch Reibung gehen 4,5 kW verloren.

Fragen:

a) Zeichnen Sie das Energieblockdiagramm.

b) Ofen
   i) Berechnen Sie zugeführte und abgehende Leistung im Ofen.
   ii) Berechnen Sie die gesamte im Ofen erzeugte Entropiestromstärke.
   iii) Berechnen Sie den Wirkungsgrad η_O und den Nutzungsgrad ν_O des Ofens.

c) Turbine
   i) Berechnen Sie zugeführte und abgehende Leistung in der Turbine.
   ii) Berechnen Sie die gesamte in der Turbine erzeugte Entropiestromstärke.
   iii) Berechnen Sie den Wirkungsgrad η_T und den Nutzungsgrad ν_T der Turbine.

d) Generator
   i) Berechnen Sie zugeführte und abgehende Leistung im Generator.
   ii) Berechnen Sie die gesamte im Generator erzeugte Entropiestromstärke.
   iii) Berechnen Sie den Wirkungsgrad η_G und den Nutzungsgrad ν_G des Generators.

e) Zeigen Sie, dass Wissen 11.3.14 und Wissen 11.3.16 in diesem Beispiel stimmen.

f) Wie würden Sie die Maschine verbessern? Begründen Sie Ihre Vorschläge.

Zum Hinweis

2 Hinweise

2.a Grundbegriffe

Hinweis[1] zu **Aufgabe 1 „Energiestromstärke Mensch“**

Wieviele Kalorien benötigt ein Mensch täglich?

Zur Lösung

Hinweis[2] zu **Aufgabe 2 „Energiestromstärke Tanken eines Autos“**

Berücksichtigen Sie die Tankzeit und Rezept 11.1.5.

Zur Lösung

Hinweis[3] zu **Aufgabe 3 „Energiestromstärke Sonne auf die Erde“**

Wie groß ist die beleuchtete Erdoberfläche?
Sowie Rezept 11.1.9

Zur Lösung

Hinweis[4] zu **Aufgabe 4 „Energiestromdichte Tanken eines Autos“**

Vgl. Aufgabe 2.

Wie dick ist der Benzinschlauch?

Zur Lösung

Hinweis[5] zu **Aufgabe 5 „Energiestromdichte Laden eines E-Autos“**

Mit welcher Energiestromstärke (Leistung) wird ein E-Auto geladen?

Wie dick ist das Kabel?

Zur Lösung

Hinweis[6] zu **Aufgabe 6 „Energiestromdichte Wind“**

Denken Sie an die kinetische Energie des Windes.

Zur Lösung

2.b Energie Blockdiagramme

H[7]inweis zu **Aufgabe 7 „Elektromotor“**

Welcher Energieträger speist den Motor und welcher trägt die Energie weg? Wie beschreibt man, dass nutzbare Energie verloren geht? Wie passt die Größe Drehmoment in dieses Konzept?

Die wichtigsten Schritte sind in Abschnitt 11.3.h und Rezept 11.3.17 beschrieben.

Zur Lösung

H[8]inweis zu **Aufgabe 8 „Waserkraftwerk zur Stütze des Stromnetzes“**

a) Sie kommen mit zwei Umsetzern aus, der Turbine und dem Generator.
Was sind die Träger zu den Umsetzern und zwischen ihnen. An der Abbildung 11.14 orientieren.

b) Welcher Energieträger trägt die Verluste weg?

c)

d) Dazu den Generator energetisch anschauen.

e) Dazu die Turbine energetisch anschauen.

f)

g) Eigene Modellbildung, die Lösungen aus den obigen Teilaufgaben werden nicht benötigt. Werte aus Tabelle A.1 können weiterhelfen.

Zur Lösung

H[9]inweis zu **Aufgabe 9 „Spielzeug Dampfmaschine“**

Überlegen Sie, welche Energieträger beteiligt sind.

Wie beschreibt man, dass nutzbare Energie verloren geht?

Wo kann Entropie „herkommen“?

Trockenspiritus ist ein chemischer Brennstoff mit etwa $\varrho_{spez,E} = 10\,\mathrm{kWh/kg}$ Energiedichte (Rezept 11.1.5).

Zur Lösung

H10 Hinweis zu Aufgabe 10 „Wasser Kraftwerk ungewohnt“

a) Zeichnen Sie die drei Blöcke und die Energieströme dazwischen. Tragen Sie zusätzlich die Verlust-Energieströme der drei Umsetzer ein.

b) Ofen:

   i) Ggf. Beispiel 11.3.v nochmals anschauen.

   ii) Umgebungstemperatur mit 30°C annehmen.

   iii) Siehe Definition 11.3.13.

   iv) Siehe Definition 11.3.15.

c) Turbine:

   i) –

   ii) Wieviel Entropie wird dadurch erzeugt, dass das Abgas an die Umgebung entlassen wird? Das kommt zur Reibung hinzu.

   iii) –

   iv) Bezugsenergiestrom ist der gesamte in der Turbine umgesetzte.

d) –

e) –

f) –

Zur Lösung

3 Lösungen

3.a Grundbegriffe

Lösung 1 zu Aufgabe 1 „Energiestromstärke Mensch“

Ein Mensch benötigt ca. 2000 kcal/Tag an Nahrung. Das ist schon eine Energiestromstärke. Um diese in die Einheit Watt umzurechnen, muss man wissen, dass 1 kcal ≈ 4,2 kJ sind:

$$I_{E_{\text{Nahrung}}} = \dot{E}_{\text{Nahrung}} = \frac{2000 \cdot 4{,}2\,\text{kJ}}{24 \cdot 3600\,\text{s}} \approx \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^3\,\text{Ws}}{20 \cdot 4 \cdot 10^3\,\text{s}} \approx 100\,\text{W}.$$

Lösung 2 zu Aufgabe 2 „Energiestromstärke Tanken eines Autos“

Wir nehmen an, dass man 20 Liter Benzin in einem Zeitraum τ von etwa einer Minute tankt. Die Energiedichte von Benzin beträgt ca. 10 kWh/Liter. Damit ergibt sich:

$$I_{E\,(\text{Zapfsäule Auto})} = \dot{E} = \frac{E_{\text{20-Liter-Benzin}}}{\tau} = \frac{20 \cdot 10\,\text{kW h}}{1\,\text{min}} = \frac{200\,\text{kW}\,60\,\text{min}}{1\,\text{min}} = 12\,\text{MW}.$$

Lösung 3 zu Aufgabe 3 „Energiestromstärke Sonne auf die Erde“

Wir nehmen wieder an, die Erde sei ein Würfel mit einem Umfang von 40 000 km. Also einer Kantenlänge von $1 \cdot 10^7$ m. Eine Seite davon sei senkrecht beschienen, also mit maximaler Energiestromdichte. Damit ergibt sich:

$$I_{E\,(\text{Sonne Erde})} = \dot{E} \approx (1 \cdot 10^7\,\text{m})^2 \cdot 1\,\text{kW/m}^2 = 1 \cdot 10^{14}\,\text{kW}.$$

Der genauere Wert beträgt $1{,}7 \cdot 10^{14}$ kW. Zum einen ist die Solarkonstante außerhalb der Erdatmosphäre größer und zum anderen ist die Erde doch kein Würfel. Aber die Größenordnung stimmt.

Lösung 4 zu Aufgabe 4 „Energiestromdichte Tanken eines Autos“

Wir kennen $I_{E\,(\text{Zapfsäule Auto})}$ bzw. $\dot{E}$ aus Aufgabe 2. Als Schlauchdurchmesser schätzen wir 2 cm. Damit wird:

$$j_{E_{\text{Kraftstoff}}} = \frac{I_{E\,(\text{Zapfsäule Auto})}}{A} = \frac{\dot{E}}{A} = \frac{12\,\text{MW}}{4\,\text{cm}^2} = 3 \cdot 10^6 \cdot 10^4\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 3 \cdot 10^{10}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Bemerkung: Die Annahme eines quadratischen Schlauchquerschnittes ist hier eine sinnvolle und erlaubte Vereinfachung.

Lösung 5 zu **Aufgabe 5 „Energiestromdichte Laden eines E-Autos“**

Normales Beladen geschieht mit ca. 40 kW. Der Kabeldurchmesser sei 2 cm. Damit wird:

$$j_{E_{\text{el. Strom}}} = \frac{I_{E\,(\text{Ladestation Auto})}}{A} = \frac{\dot{E}}{A} = \frac{40\,\text{kW}}{4\,\text{cm}^2} = 10 \cdot 10^3 \cdot 10^4\ \text{W/m}^2 = 1 \cdot 10^8\ \text{W/m}^2.$$

Daher dauert das Beladen von E-Autos viel länger als das Betanken mit Benzin. Schnellladen mit 150 kW bringt einen Zeitvorteil von Faktor 3.

Bemerkung: Die Annahme eines quadratischen Kabelquerschnittes ist hier eine sinnvolle und erlaubte Vereinfachung.

Lösung 6 zu **Aufgabe 6 „Energiestromdichte Wind“**

Die kinetische Energie im Wind ist $E_{kin} = {}^1\!/\!_2\, m\, v^2$. Für die Windgeschwindigkeit v ergibt sich somit die Energiestromstärke des Windes:

$$I_E = \frac{1}{2}\, \dot{m}\, v^2,$$

mit dem Massestrom $\dot{m} = \rho\, A\, v$ und A der Querschnittsfläche sowie ρ der Luftdichte. Damit erhält man für die Energiestromdichte:

$$j_E = \frac{I_E}{A} = \frac{\rho\, v^3\, A}{2A} = \frac{\rho\, v^3}{2}.$$

Alternativ:

Bei Konvektionsströmen ist die (Zeug-)Stromdichte gleich der (Zeug-)Dichte mal der Strömungsgeschwindigkeit.

Hier geht es um die kinetische Energie des Windes (Zeug): $E_{kin} = {}^1\!/\!_2\, m\, v^2$. Die Energiedichte also die Energie pro Volumen V ist

$$\varrho_{E_{kin}} = \frac{E_{kin}}{V} = \frac{\frac{1}{2}\, m\, v^2}{V} = \frac{1}{2}\, \underbrace{\frac{m}{V}}_{=\,\varrho}\, v^2 = \frac{1}{2}\, \varrho\, v^2.$$

Dabei ist ϱ die Massendichte der Luft. Die Energiestromdichte ergibt sich somit aus:

$$j_E = \varrho_{E_{kin}}\, v = \frac{1}{2}\, \varrho\, v^3.$$

Für die vorgegebene Windgeschwindigkeit von $v = 10$ m/s finden wir mit einer Luftdichte von $\varrho = 1$ kg/m^3:

$$j_E = \frac{1\,\text{kg} \cdot 10^3\,\text{m}^3}{2\,\text{m}^3\text{s}^3} = 5 \cdot 10^2\, \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

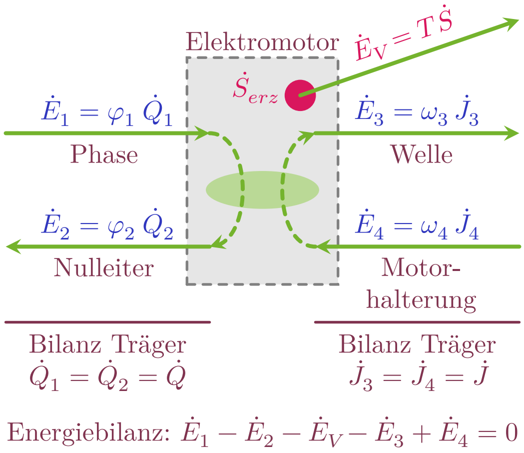
Überprüfen der Plausibilität: Eine große Windkraftanlage hat eine Flügellänge von 70 m, weidet also eine Kreisfläche von ca. 15000 m^2 ab. Somit trifft eine Windstromstärke von $I_E \approx 15000\,\text{m}^2 \cdot 5 \cdot 10^2\, \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \approx 7{,}5\,\text{MW}$ auf die Anlage.

Unter Berücksichtigung des Betz-Faktors und Wirkungsgraden von Generator, Getriebe etc. sollte die Anlage etwa 3,5 MW Nennleistung elektrisch liefern (vgl. Beispiel 11.3.vi). Das ist tatsächlich typisch für Anlagen dieser Größe.

3.b Energie Blockdiagramme

Lösung[7] zu Aufgabe 7 „Elektromotor“

Die Eingangsseite ist elektrisch betrieben. Auf der Ausgangsseite übernimmt der Drehimpuls den Energietransport. Zusätzlich wird im Motor Entropie erzeugt (so beschreibt man Energieverluste).



Für die elektrische Seite:

- Ladungserhaltung: $\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q} = I_{el} = 5\ \mathrm{A}$
- Potenziale: $\varphi_1 = 5\ \mathrm{V}$
  $\varphi_2 = -10\ \mathrm{V}$

Für die Drehimpulsseite:

- Drehimpulserhaltung: $\dot{J}_1 = \dot{J}_2 = \dot{J} = M = 0{,}5\ \mathrm{Nm}$
- Potenziale: $\omega_3 = 2\pi\,n = 2\pi \cdot 20\ \mathrm{Hz}$
  $\omega_4 = 0 \quad$ (festgeschraubt)

Jetzt die Energiebilanz:

$$\sum I_E = \dot{E}_{ges}.$$

Da der Motor keine Energie speichert, ist $\dot{E}_{ges} = 0$, oder

$$\dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_3 + \dot{E}_4 - \dot{E}_V = 0.$$

Man muss nur auf die Vorzeichen, also die Stromrichtungen, achten. Einsetzen der Teilströme ergibt:

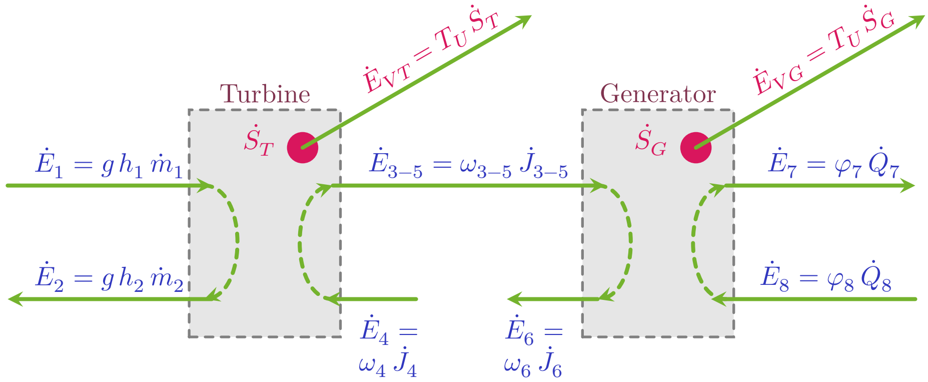
$$\varphi_1\,\dot{Q} - \varphi_2\,\dot{Q} - T\dot{S} - \omega_3\,\dot{J} = 0$$

und damit:

$$\begin{aligned}
\dot{S} &= \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)\,\dot{Q} - \omega_3\,\dot{J}}{T} \\
&= \frac{15\ \mathrm{V} \cdot 5\ \mathrm{A} - 120\ \mathrm{s}^{-1} \cdot 0{,}5\ \mathrm{Nm}}{300\ \mathrm{K}} \\
&= \frac{75\ \mathrm{W} - 60\ \mathrm{W}}{300\ \mathrm{K}} \\
&= 5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{W/K}.
\end{aligned}$$

L[8]ösung zu Aufgabe 8 „Waserkraftwerk zur Stütze des Stromnetzes“

a) Blockdiagramm mit Energie- und Trägerströmen und Potenzialen:



Einige Potenziale sind null:

$\omega_4 = \omega_6 = 0$ denn Turbine und Generatorgehäuse sind festgeschraubt und drehen sich nicht
und $\varphi_8 = 0$ ein elektrisches Potenzial kann frei gewählt werden (Wahl Nullleiter $= \varphi_8$).

Damit werden:

$$\dot{E}_4 = \dot{E}_6 = 0 \quad \text{und} \quad \dot{E}_8 = 0.$$

Zudem ist wegen der Drehimpulserhaltung:

$$\dot{J}_4 = \dot{J}_{3-5} = \dot{J}_6 = \dot{J}.$$

b) Verluste: Siehe Teil a).

c) Elektrische Stromstärke: Betrachten von Leitung 7 ergibt:

$$\dot{Q} = \frac{\dot{E}_7}{\varphi_7} = \frac{50\,\text{MW}}{100\,\text{kV}} = 500\,\text{A}.$$

d) Übertragenes Moment der Welle: Dazu Erstellen der Energiebilanz des Generators:

$$\begin{aligned}
& \dot{E}_{3-5} - \dot{E}_{VG} - \dot{E}_7 = 0 \quad \text{und} \\
& \dot{E}_{VG} = 0{,}2 \cdot \dot{E}_{3-5} \quad \text{(Angabe im Text)} \\
\Rightarrow\quad & \dot{E}_7 = \dot{E}_{3-5} - \dot{E}_{VG} = 0{,}8 \cdot \dot{E}_{3-5} = 0{,}8 \cdot \omega_{3-5}\, \dot{J} \\
\Rightarrow\quad & \dot{J} = \frac{\dot{E}_7}{0{,}8 \cdot \omega_{3-5}} = \frac{50\,\text{MW}}{0{,}8 \cdot 2\,\pi \cdot 50\,\text{s}^{-1}} = 2 \cdot 10^5\,\text{N m}.
\end{aligned}$$

e) Benötigter Massestrom: Dazu Erstellen der Energiebilanz der Turbine:

$$\begin{aligned}
& \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_{VT} - \dot{E}_{3-5} = 0 \quad \text{und} \\
& \dot{E}_{VT} = 0{,}1 \cdot (\dot{E}_1 - \dot{E}_2) \quad \text{(Angabe im Text)} \\
\Rightarrow\quad & \dot{E}_{3-5} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_{VT} = 0.9 \cdot (\dot{E}_1 - \dot{E}_2) = 0{,}9 \cdot g\,(h_1 - h_2)\,\dot{m} \\
\Rightarrow\quad & \dot{m} = \frac{\dot{E}_{3-5}}{0{,}9 \cdot g\,(h_1 - h_2)} \qquad \text{mit } \dot{E}_{3-5} = \frac{1}{0{,}8}\,\dot{E}_7 \\
& \phantom{\dot{m}} = \frac{\dot{E}_7}{0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot g\,(h_1 - h_2)} \\
& \phantom{\dot{m}} = \frac{50 \cdot 10^6\,\text{W}}{0{,}72 \cdot 10\,\text{m}\,\text{s}^{-2} \cdot 300\,\text{m}} \cdot \underbrace{\frac{\text{kg}\,\text{m}^3}{\text{W}\,\text{s}^2}}_{\text{Einheit umrechnen}} = 2{,}3 \cdot 10^4\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}.
\end{aligned}$$

f) Entropieerzeugung des Generators: Verluste im Generator anschauen:

$$\begin{aligned}\dot{S}_G &= \frac{\dot{E}_{VG}}{T_U} = 0{,}2 \cdot \frac{\dot{E}_{3-5}}{T_U} = \frac{0{,}2\,\dot{E}_7}{0{,}8\,T_U}\\ &= \frac{0{,}2 \cdot 50 \cdot 10^6\ \mathrm{W}}{0{,}8 \cdot 300\ \mathrm{K}} = 40 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}.\end{aligned}$$

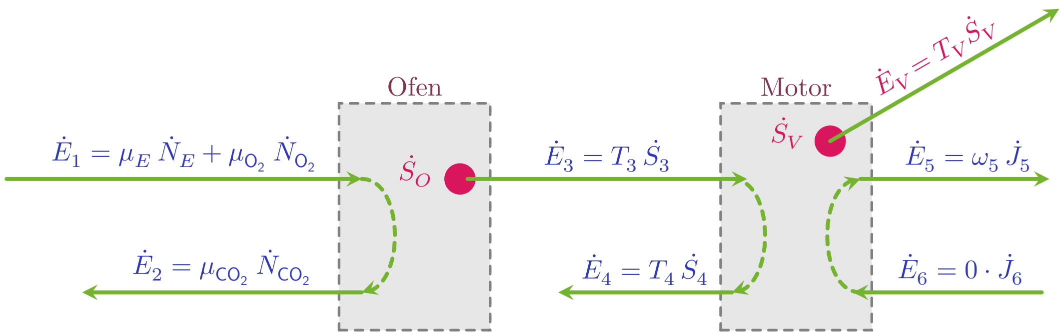
g) Gas hat eine Energiedichte von ca. $\varrho_{spez,E} = 10\,\mathrm{kWh/kg}$. Zudem nehmen wir an, dass pro kWh elektrischer Energie etwa 3 kWh Gas benötigt werden:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{Gas} &= \frac{3\,\dot{E}_7}{\varrho_{spez,E}}\\ &= \frac{3 \cdot 50 \cdot 10^6\ \mathrm{W} \cdot \mathrm{kg}}{10 \cdot 10^3\ \mathrm{kW\,h}} = 15 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}.\end{aligned}$$

9 Lösung zu Aufgabe 9 „Spielzeug Dampfmaschine“

a) Blockdiagramm mit Energie- und Trägerströmen und Potenzialen:

Am Eingang wird Trockenspiritus verbrannt, zusammen mit Sauerstoff. Energieträger ist also chemisch. Abgase müssen aus dem Ofen herausströmen. Vom Ofen zum Motor strömt Wärme und damit auch Entropie, die ja der Träger der Wärme ist. Diese wurde im Ofen erzeugt. Sie treibt den Motor an, muss aber wieder aus ihm hinaus. Die Nutzenergie ist die Drehung der Welle.



b) Verluste im Motor:

Wir nehmen hier an, dass der Prozess im Motor zunächst reversibel sei, also $\dot{S}_3 = \dot{S}_4$ und betrachten die Verluste extra $\dot{S}_V$.

c) Im Ofen erzeugter Entropiestrom:

Die Energiebilanzen von Ofen und Motor können wir aus der Grafik ablesen (Energiestrom fließt hinaus, bedeutet negatives Vorzeichen). Zudem wissen wir, dass die Verluste genau so groß sind wie die abgegebene Energie. Außerdem ist $\dot{E}_6 = 0$, da festgeschraubt.

Verluste:	$\dot{E}_V = \dot{E}_5$ (Angabe im Text: Verluste gleich groß wie $\dot{E}_5$)
Ofen:	$\dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_3 = 0$ (Angabe im Text)
Motor:	$\dot{E}_3 - \dot{E}_4 - \dot{E}_5 + \dot{E}_6 - \dot{E}_V = 0$
bzw:	$\dot{E}_3 - \dot{E}_4 - 2\,\dot{E}_5 = 0$

Damit können wir alle Fragen beantworten.

Der im Ofen erzeugte Entropiestrom ist $\dot{S}_O = \dot{S}_3 = \dot{S}_4$ (s.o.). Zusätzlich betrachten wir die Bilanz des Motors:

$$T_3\,\dot{S}_O - T_4\,\dot{S}_O - 2\,\omega_5\,\dot{J}_5 = 0.$$

Nach $\dot{S}_O$ aufgelöst ergibt:

$$\begin{aligned} \dot{S}_O &= \frac{2\,\omega_5\,J_5}{T_3 - T_4} \\ &= \frac{2 \cdot 2\pi \cdot 2\,\mathrm{s}^{-1} \cdot 0{,}2\,\mathrm{Nm}}{50\,\mathrm{K}} \approx 1 \cdot 10^{-1}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}. \end{aligned}$$

d) Durchsatz Trockenspiritus:

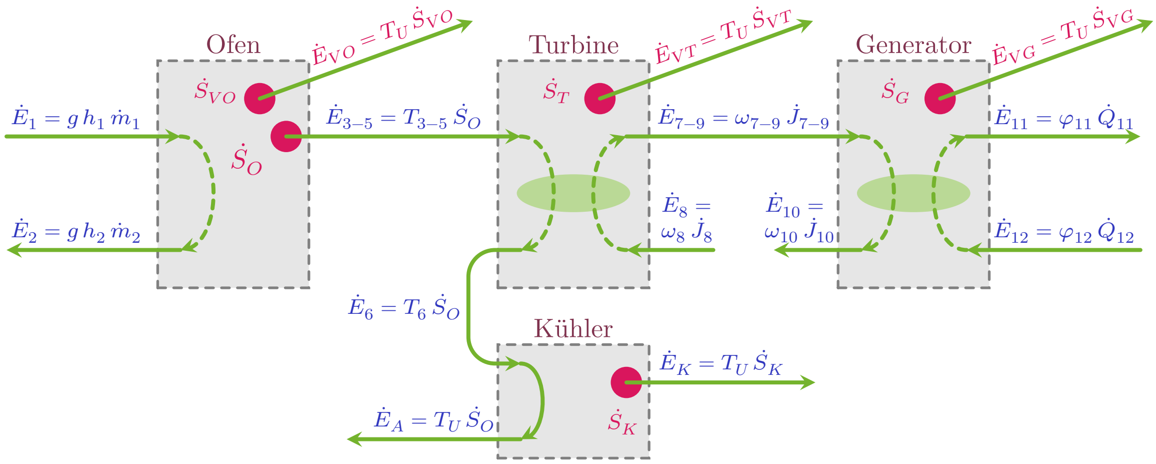
Die gesamte Energie, die in einer Stunde $\tau = 1\,\mathrm{h}$ benötigt wird, muss durch die Masse m an Trockenspiritus mit der Energiedichte $\varrho_{spez,E} = 10\,\mathrm{kWh/kg}$ (siehe Rezept 11.1.5) bereitgestellt werden. Also gilt:

$$\begin{aligned} m \cdot \varrho_{spez,E} = E_{ges} &= \int_\tau \dot{E}_3\,\mathrm{d}t \approx \tau\,\dot{E}_3 \\ \Rightarrow \qquad m &= \frac{T_3\,\dot{S}_O\,\tau}{\varrho_{spez,E}} \\ &= \frac{420\,\mathrm{K} \cdot 1 \cdot 10^{-1}\,\mathrm{W} \cdot 1\,\mathrm{h\,kg}}{\mathrm{K} \cdot 10\,\mathrm{kWh}} \approx 4{,}2\,\mathrm{g}. \end{aligned}$$

L10 ösung zu Aufgabe 10 „Wasser Kraftwerk ungewohnt“

Zuerst alle Temperaturen in Kelvin umrechnen: $T_{3-5} = 600\,\mathrm{K}$ und $T_6 = 350\,\mathrm{K}$. Als Umgebungstemperatur nehmen wir $T_U = 300\,\mathrm{K}$ an.

a) Skizze



Bilanz Träger	Bilanz Träger	Bilanz Träger	Bilanz Träger
$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$	$\dot{S}_O = \dot{S}_{3-5} = \dot{S}_6$ Annahme reversibel	$\dot{J}_{7-9} = \dot{J}_8 = \dot{J}_{10} = \dot{J}$	$\dot{Q}_{11} = \dot{Q}_{12} = \dot{Q}$

Angaben und Nullniveaus

- Generator und Turbine sind festgeschraubt, daher ist $\omega_8 = \omega_{10} = 0$ und damit: $\dot{E}_8 = \dot{E}_{10} = 0$.
- Der untere Leiter der elektrischen Leitung wird auf null gelegt, also $\varphi_{12} = 0$ und damit: $\dot{E}_{12} = 0$.

Energiebilanzen:

$$\begin{aligned}
&\text{Ofen:} && \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_{VO} - \dot{E}_{3-5} = 0\\
&\text{Turbine:} && \dot{E}_{3-5} - \dot{E}_6 - \dot{E}_{VT} - \dot{E}_{7-9} = 0\\
& && \dot{E}_6 - \dot{E}_A - \dot{E}_K = 0\\
&\text{Generator:} && \dot{E}_{7-9} - \dot{E}_{VG} - \dot{E}_{11} = 0
\end{aligned}$$

b) Wasser-Ofen

i) Zugeführte Leistung:

$$\begin{aligned}
\dot{E}_1 &= 10\,\mathrm{N/kg} \cdot 500\,\mathrm{m} \cdot 500\,\mathrm{kg/s}\\
\dot{E}_2 &= 10\,\mathrm{N/kg} \cdot 480\,\mathrm{m} \cdot 500\,\mathrm{kg/s}\\
\dot{E}_{in} &= \dot{E}_2 - \dot{E}_1 = 100\,\mathrm{kW}
\end{aligned}$$

abgegebene Leistung:

$$\dot{E}_{3-5} = 100\,\mathrm{kW} - 3\,\mathrm{kW} = 97\,\mathrm{kW}$$

ii) Erzeugte Entropiestromstärke:

im Wärmestrom an die Turbine:

$$\dot{S}_O = \frac{\dot{E}_{3-5}}{T_{3-5}} = \frac{97\,\mathrm{kW}}{600\,\mathrm{K}} = 162\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

Verluste in die Umgebung:

$$\dot{S}_{VO} = \frac{3\,\mathrm{kW}}{300\,\mathrm{K}} = 10\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

Gesamt:

$$\dot{S}_{erz_O} = 172\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

iii) Kennzahlen:

$$\begin{aligned}
\eta_O &= \frac{97\,\mathrm{kW}}{100\,\mathrm{kW}} = 0{,}97\\
\nu_O &= 1 - \frac{\dot{S}_{erz_O}}{\dot{E}_{in}} T_U = 1 - \frac{172\,\mathrm{W/K}}{100\,\mathrm{kW}}\, 300\,\mathrm{K} = 1 - 1{,}72 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot 300\,\mathrm{K} = 0{,}485
\end{aligned}$$

c) Turbine

i) Zugeführte Leistung:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{3-5} = 97\,\mathrm{kW}$$

Bei einer Abgastemperatur von 80°C nutzbare Leistung:

$$\dot{E}_{nutz} = \dot{S}_O\,(T_{3-5} - T_6) = 40{,}4\,\mathrm{kW}$$

Insgesamt umgesetzte Leistung:

$$\dot{E}_{um} = \dot{S}_O\,(T_{3-5} - T_u) = 48{,}5\,\mathrm{kW}$$

Abgegebene Leistung:

$$\dot{E}_{7-9} = 40{,}4\,\mathrm{kW} - 6\,\mathrm{kW} = 34{,}4\,\mathrm{kW}$$

ii) Erzeugte Entropiestromstärke $\dot{S} = \frac{\dot{E}}{T}$:

Verluste in die Umgebung:

$$\dot{S}_{V_T} = \frac{6\,\mathrm{kW}}{300\,\mathrm{K}} = 20\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

Verluste durch Kühlung (Beispiel 10.7.ii):

$$\dot{S}_K = \dot{S}_O\,\frac{T_6 - T_U}{T_6} = 162\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}} \cdot \frac{50}{350} = 26{,}9\,\mathrm{W/K}$$

Gesamt:

$$\dot{S}_{erz_T} = 46{,}9\,\mathrm{W/K}$$

iii) Kennzahlen:

$$\eta_T = \frac{34{,}4\,\mathrm{kW}}{97\,\mathrm{kW}} = 0{,}355$$

$$\nu_T = 1 - \frac{\dot{S}_{erz_T}}{\dot{E}_{um}}\,T_U = 1 - \frac{46{,}9\,\mathrm{W/K}}{48{,}5\,\mathrm{kW}}\,300\,\mathrm{K} = 1 - 9{,}68 \cdot 10^{-4} \cdot 300 = 0{,}710$$

d) Generator

i) Zugeführte Leistung:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{7-9} = 34{,}4\,\mathrm{kW}$$

Nutzbar und umgesetzt:

$$\dot{E}_{nutz} = \dot{E}_{um} = \dot{E}_{in}$$

Abgegebene Leistung:

$$\dot{E}_{11} = 34{,}4\,\mathrm{kW} - 4{,}5\,\mathrm{kW} = 29{,}9\,\mathrm{kW}$$

ii) Erzeugte Entropiestromstärke bzw. Verluste in die Umgebung:

$$\dot{S}_{V_G} = \frac{4{,}5\,\mathrm{kW}}{300\,\mathrm{K}} = 15\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

iii) Kennzahlen

$$\eta_G = \frac{29{,}9\,\mathrm{kW}}{34{,}4\,\mathrm{kW}} = 0{,}869$$

$$\nu_G = 1 - \frac{\dot{S}_{V_G}}{\dot{E}_{in}}\,T_U = 1 - \frac{15\,\mathrm{W/K}}{34{,}4\,\mathrm{kW}}\,300\,\mathrm{K} = 1 - 4{,}36 \cdot 10^{-4} \cdot 300 = 0{,}869$$

e) Gesamtwirkungsgrad und Gesamtnutzungsgrad

Wirkungsgrade

direkt: $$\eta_{gesamt} = \frac{\dot{E}_{11}}{\dot{E}_1 - \dot{E}_2} = \frac{29{,}9\,\mathrm{kW}}{100\,\mathrm{kW}} = 0{,}299$$

Produkt: $$\eta_{gesamt} = \eta_O \cdot \eta_T \cdot \eta_G = 0{,}97 \cdot 0{,}355 \cdot 0{,}869 = 0{,}299$$

Nutzungsgrade

direkt: $$\begin{aligned}\nu_{gesamt} &= 1 - \frac{\dot{S}_{gesamt}\,T_U}{\dot{E}_1 - \dot{E}_2} \\ &= 1 - \frac{(10 + 162 + 20 + 26{,}9 + 15)\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}\,300\,\mathrm{K}}{100\,\mathrm{kW}} \\ &= 1 - 2{,}34 \cdot 10^{-3} \cdot 300 = 0{,}299\end{aligned}$$

Produkt: $$\begin{aligned}\nu_{gesamt} &= \nu_O \cdot \nu_T \cdot \nu_G \\ &= 0{,}485 \cdot 0{,}710 \cdot 0{,}869 = 0{,}299\end{aligned}$$

Alle Berechnungen sind untereinander konsistent. Die Betrachtungen sowohl über Energien als auch über Entropien führen zu richtigen, übereinstimmenden Beschreibungen.

f) Was als erstes verbessern? Wir haben berechnet:

$$\eta_O > \eta_G > \eta_T$$

Man könnte auf die Idee kommen, der Ofen wäre energetisch am besten. Aber:

$$\nu_O < \nu_T < \nu_G$$

Der Ofen ist energetisch der schlechteste Umsetzer in diesem Beispiel. In ihm wird am meisten Entropie erzeugt. Es ist energetisch immer schlecht, Dinge einfach zu verbrennen. In diesem Beispiel ist es offensichtlich, was verbessert werden kann. Einfach die Wasserturbine direkt an einen Generator montieren.