

# Physik Methoden

## Übungsaufgaben zu Kapitel 6 „Symmetrien“

Christian Hettich, Bernd Jödicke, Jürgen Sum

11. APRIL 2024

In diesem Dokument finden Sie Aufgaben zum [Kapitel 6 „Symmetrien“](#) aus unserem Buch [Physik Methoden](#). Wenn Sie die PDF-Datei des Buchs ins gleiche Verzeichnis wie diese Datei hier legen und Sie die PDF-Datei des Buchs in „Physik-Methoden-2023.pdf“ umbenennen, können Sie mit den grünen Links in den meisten PDF-Programmen direkt an die passende Stelle im Buch springen.

### Inhaltsverzeichnis

<a href="#">1 Aufgaben</a>	<b>1</b>
<a href="#">2 Hinweise</a>	<b>3</b>
<a href="#">3 Lösungen</a>	<b>4</b>

## 1 Aufgaben

### A<sup>1</sup> Aufgabe: Fußgänger auf Weg

Wie viele Menschen pro Stunde können maximal in eine Richtung auf einem Weg gehen?

Lösen Sie diese Aufgabe durch Nutzung von Symmetrieeigenschaften und unter Zuhilfenahme der Dimensionsanalyse.

[Zum Hinweis](#)

### A<sup>2</sup> Aufgabe: Menschen auf Autobahn

Wie viele Menschen fahren maximal in einer Stunde in einer Richtung auf einer Autobahn?

[Zum Hinweis](#)

**A<sup>3</sup>**  
**Aufgabe: Seilrolle**

Als Ergebnis einer dynamischen Betrachtung von [Beispiel 6.1.iv](#) werden Ihnen, von verschiedenen Leuten, folgende Ergebnisse präsentiert:

1.  $F = 2g(m_1 + m_2)$

2.  $F = 2g(m_1 - m_2)$

3.  $F = 2g \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

4.  $F = 2g \frac{m_1 m_2}{m_1}$

5.  $F = 2g m_1 m_2$

6.  $F = 2g \sqrt{m_1 m_2}$

Welche sind offensichtlich falsch? Beantworten Sie die Aufgabe ohne Verwendung von Bewegungsgleichungen und begründen Sie Ihre Antwort.

[Zum Hinweis](#)

**A<sup>4</sup>**  
**Aufgabe: Überschallflugzeug**

Ein Jet fliegt mit Überschall an Ihnen vorbei. Die Besatzung besteht aus zwei Personen, die hintereinander sitzen. Können die beiden miteinander reden? Oder geht das nicht, weil der Schall von hinten nach vorne schneller als die Schallgeschwindigkeit sein muss?

[Zum Hinweis](#)

## 2 Hinweise

### H<sup>1</sup> Hinweis zu Aufgabe 1 „Fußgänger auf Weg“

Skizzieren Sie die Situation. Versuchen Sie dann eine Symmetrie zu finden und diese anschließend zu nutzen (Rezept 6.1.8).

Tipp: Es handelt sich um eine Verschiebesymmetrie (siehe Wissen 6.1.4).

[Zur Lösung](#)

### H<sup>2</sup> Hinweis zu Aufgabe 2 „Menschen auf Autobahn“

Denken Sie an die Zwei-Sekunden Abstandsregel.

[Zur Lösung](#)

### H<sup>3</sup> Hinweis zu Aufgabe 3 „Seilrolle“

Betrachten Sie:

- Dimensionen
- Symmetrien
- Grenzwerte

[Zur Lösung](#)

### H<sup>4</sup> Hinweis zu Aufgabe 4 „Überschallflugzeug“

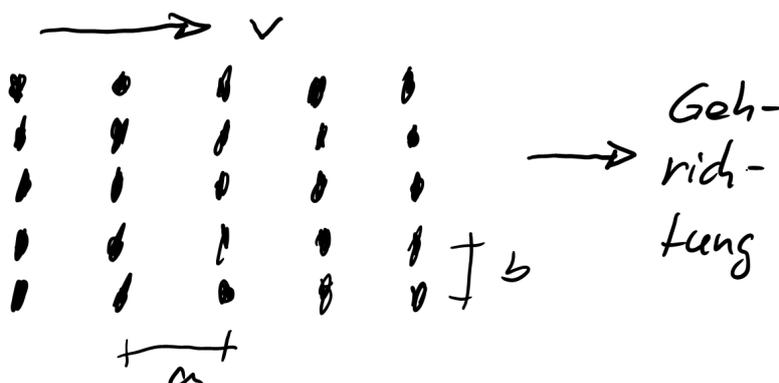
Wählen Sie ein geeignetes Bezugssystem.

[Zur Lösung](#)

### 3 Lösungen

#### L<sup>1</sup> Lösung zu Aufgabe 1 „Fußgänger auf Weg“

Modellvorstellung: Menschen stehen in einem Raster angeordnet, in Gehrichtung mit Abstand  $a$ . Der Weg erlaubt  $N$  Personen nebeneinander. Man erkennt schön eine Verschiebungssymmetrie in Gehrichtung.



Jedes Mal, wenn eine vollständige Verschiebung erreicht wurde, sind die nächsten  $N$  Personen angekommen.

Im besten Fall entspricht die doppelte Schrittlänge dem Abstand zwischen den Personen. Enger können sie nicht gehen ohne sich gegenseitig auf die Füße zu treten. Daher können wir sagen, dass nach  $n = 2$  Schritten die Ausgangssituation wieder erreicht wird.

Damit ist das Problem gelöst, wenn wir die Schrittfrequenz  $f$  kennen. Wir wissen aus Erfahrung, dass man maximal zwei Schritte pro Sekunde schafft. Also ist  $f = 2 \text{ s}^{-1}$ .

Damit wird die Menschenstromstärke  $\dot{M}$  (das suchen wir, die Anzahl Menschen pro Zeiteinheit)

$$\dot{M} = \frac{f}{n} N = \frac{fB}{nb},$$

wenn  $B$  die Breite des Gehwegs und  $b$  die Breite eines Menschen bezeichnet, also  $N$  Menschen nebeneinander passen. Nehmen wir eine Wegbreite von 5 m und  $b = 0,5$  m, dann ergibt sich pro Stunde maximal:

$$\dot{M} = 1 \text{ s}^{-1} \cdot 10 \text{ Pers} = 36\,000 \text{ Pers} \cdot \text{h}^{-1}.$$

Am Ergebnis ist zunächst überraschend, dass die Gehgeschwindigkeit nicht eingeht. Egal wie schnell die Menschen sich bewegen, es kommen immer gleich viele pro Stunde an einer Stelle vorbei. Das liegt daran, dass bei höherer Geschwindigkeit der Abstand zwischen den Menschen größer wird.

Das zweite was überrascht ist die große Anzahl. 36 000 Menschen passen in einer Stunde durch ein Tor mit 5 Metern Breite.

Das Ergebnis stimmt aber nur, wenn alle Menschen in diesem Versuch immer den richtigen Abstand einhalten und mit konstanter Schrittfrequenz gehen. Weichen nur wenige davon ab, stimmen die Symmetriebetrachtungen nicht mehr und es werden sicher weniger Menschen durch das Tor gehen können. 36 000 Personen pro Stunde ist somit eine absolute Obergrenze. Ingenieure geben daher in vielen Fällen noch Sicherheitsfaktoren an. Bei einem Faktor 2 erhält man einen etwas realistischeren, immer noch hohen Wert von 18 000 Personen pro Stunde.

## L<sup>2</sup> Lösung zu Aufgabe 2 „Menschen auf Autobahn“

Angenommen wird eine zweispurige Autobahn  $N_S = 2$  auf der ausschließlich PKW fahren, im Abstand von  $\tau = 2$  Sekunden. Damit ergibt sich eine Symmetrie von zwei Sekunden. Nimmt man noch an, dass im Schnitt  $N_P = 2$  Personen im Auto sitzen, dann berechnet sich der Menschenstrom  $\dot{M}$ :

$$\dot{M} = \frac{N_S N_P}{\tau} = 2 \frac{\text{Pers}}{\text{s}} = 7200 \frac{\text{Pers}}{\text{h}}.$$

Auch hier ist das Ergebnis wieder unabhängig von der Geschwindigkeit der Autos. Wenn man schneller fährt, steigt auch der Abstand zwischen den Autos, wenn man die zwei Sekunden-Regel einhalten will.

Zur Erhöhung der Transportkapazität der Straße gibt es drei Möglichkeiten:

1. mehr Personen in ein Auto setzen (am besten Busse nutzen),
2. mehr Spuren bauen (der klassische, aber sehr teure Ansatz) oder
3. den Abstand zwischen den Fahrzeugen verringern (Z.B. durch vernetzte Fahrzeuge und simultanes Bremsen).

## L<sup>3</sup> Lösung zu Aufgabe 3 „Seilrolle“

Symmetrieeigenschaft ist

$$F(m_1, m_2) = F(m_2, m_1)$$

und die Dimension von  $F$  ist:

$$\dim F = \mathbf{M L T}^{-2}.$$

Bei den Grenzwerten  $m_1 = 0$  oder  $m_2 = 0$  muss auch die Kraft im Seil verschwinden, es wird ja nicht mehr vom Gegengewicht belastet. Damit ergibt sich:

1. Grenzwert passt nicht, daher falsche Gleichung
2. Symmetrie passt nicht, daher falsche Gleichung
3. alle 3 Bedingungen passen, potenziell richtige Gleichung
4. Symmetrie passt nicht, daher falsche Gleichung
5. Dimension passt nicht, daher falsche Gleichung
6. alle 3 Bedingungen passen, potenziell richtige Gleichung

Um zu untersuchen, welche der potenziell richtigen Gleichungen stimmt, muss eine Betrachtung der Bewegungsgleichung erfolgen.

## L<sup>4</sup> Lösung zu Aufgabe 4 „Überschallflugzeug“

Sie setzen sich in Gedanken in den Jet. Jetzt erkennen Sie, dass die Luft im Jet, also in diesem System, ruht und sich so der Schall normal in alle Richtungen ausbreiten kann. Er bewegt sich von hinten nach vorne mit Schallgeschwindigkeit. Damit ist Ihre Aufgabe gelöst, die Besatzung kann miteinander reden.

Wenn Sie noch wissen wollen, wie schnell der Schall gegenüber Ihrem Standort ist, transformieren Sie die Lösung zurück. Der Schall bewegt sich relativ zu Ihnen mit Schallgeschwindigkeit plus Flugzeuggeschwindigkeit.